Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

Corrigé du sujet d'examen - E4 - Conduire une production viticole - BTSA VO (Viticulture-Œnologie) - Session 2012

1. Contexte du sujet

Ce sujet d'examen porte sur le traitement de données statistiques dans le domaine de la viticulture et de l'œnologie. Les exercices portent sur des notions de probabilités, de lois de probabilité et d'analyse statistique, essentielles pour la gestion des productions viticoles.

2. Correction des questions

EXERCICE 1

Question 1 : Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X. Justifier la réponse.

Nous avons un échantillon de 70 œufs, et la probabilité qu'un œuf soit de catégorie A est de 0,8. La variable aléatoire X, qui représente le nombre d'œufs de catégorie A, suit une loi binomiale B(n, p) où :

- n = 70 (nombre d'essais)
- p = 0,8 (probabilité de succès)

Donc, X ~ B(70, 0,8).

Question 2 : Déterminer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X et en donner une interprétation concrète.

L'espérance mathématique E(X) est donnée par la formule E(X) = n * p.

Calcul : E(X) = 70 * 0,8 = 56.

Interprétation : En moyenne, sur un échantillon de 70 œufs, on s'attend à avoir 56 œufs de catégorie A.

Question 3 : Calculer l'écart type de X.

L'écart type σ(X) est donné par la formule σ(X) = √(n * p * (1 - p)).

Calcul : σ(X) = √(70 * 0,8 * 0,2) = √(11,2) ≈ 3,34.

Question 4 : Calculer la probabilité que sur les 70 œufs prélevés, exactement 56 soient de catégorie A.

On utilise la formule de la loi binomiale :

P(X = 56) = C(70, 56) * (0,8)^56 * (0,2)^(70 - 56).

Calcul : C(70, 56) = 70! / (56! * 14!) = 1 350 244.

P(X = 56) ≈ 1 350 244 * (0,8)^56 * (0,2)^14 ≈ 0,103.

Question 5 : Calculer P(55 < X < 60).

Pour calculer cette probabilité, nous devons additionner les probabilités P(X = 56), P(X = 57), P(X = 58) et P(X = 59).

Utilisons l'approximation normale pour simplifier les calculs.

P(55 < X < 60) ≈ P(55.5 < Z < 60.5) avec Z = (X - E(X)) / σ(X).

Calculons les valeurs Z correspondantes et utilisons une table de la loi normale pour trouver les probabilités.

Question 6 : Par quelle loi peut-on approcher la loi de X ? Justifier et préciser ses paramètres.

La loi binomiale peut être approchée par une loi normale lorsque n est grand et p n est pas trop proche de 0 ou 1. Ici, n = 70 et p = 0,8, donc on peut utiliser l'approximation normale :

$X \sim N(56, 3{,}34^2)$.

Question 7 : Utiliser cette approximation pour calculer :

a. La probabilité qu'au moins 60 œufs de l'échantillon soient de catégorie A.

P(X ≥ 60) = 1 - P(X < 60).

Calculons Z pour 60 : Z = (60 - 56) / 3,34 ≈ 1,20.

En utilisant la table de la loi normale, nous trouvons P(Z < 1,20) ≈ 0,8849.

P(X ≥ 60) ≈ 1 - 0,8849 = 0,1151.

b. La probabilité que moins de 50 œufs de l'échantillon soient de catégorie A.

P(X < 50) = P(Z < (50 - 56) / 3,34) = P(Z < -1,80).

En utilisant la table de la loi normale, P(Z < -1,80) ≈ 0,0351.

EXERCICE 2

Question 1 : Déterminer μ en sachant que 99 % des œufs ont un poids supérieur à 43,7 grammes.

Nous utilisons la loi normale. Pour 99 % des œufs, cela signifie que 1 % est en dessous de 43,7 grammes.

Nous devons trouver la valeur z correspondante dans la table de la loi normale. Pour 1 %, z ≈ -2,33.

Nous avons : 43,7 = μ + (-2,33) * 7.

Calculons μ : μ = 43,7 + 2,33 * 7 ≈ 60.

Question 2 : Calculer la probabilité que l'œuf prélevé soit du groupe M.

Le groupe M est défini pour les œufs entre 53 et 63 grammes. Nous calculons :

P(53 ≤ X < 63) = P(Z < (63 - 60)/7) - P(Z < (53 - 60)/7).

Calculons les valeurs z et utilisons la table :

- Z1 = (63 - 60) / 7 ≈ 0,43 → P(Z < 0,43) ≈ 0,6664.
- Z2 = (53 - 60) / 7 ≈ -1,00 → P(Z < -1,00) ≈ 0,1587.

$P(53 \leq X < 63) \approx 0,6664 - 0,1587 = 0,5077$.

Question 3 : Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X en précisant ses paramètres.

Pour un échantillon de taille 30, la variable aléatoire X suit une loi normale :

$X \sim N(\mu, \sigma/\sqrt{n}) = N(60, 7/\sqrt{30})$.

Question 3b : Déterminer le nombre a tel que $P(\mu - a < X < \mu + a) = 0,95$.

Nous cherchons a tel que $P(-a < Z < a) = 0,95$. Cela signifie que $Z \approx 1,96$ (pour 95 % d'intervalle de confiance).

Nous avons : $a = 1,96 * (7/\sqrt{30}) \approx 2,69$.

EXERCICE 3

Peut-on considérer, au seuil de risque 0,05, que la qualité gustative des œufs dépend du mode d'élevage des poules ?

Nous devons effectuer un test du χ^2.

Nous allons construire un tableau de contingence et calculer les fréquences attendues.

- Effectif total : 120.
- Calcul des totaux pour chaque ligne et colonne.
- Calcul des fréquences attendues.
- Calcul du χ^2 observé et du χ^2 critique.

Si χ^2 observé > χ^2 critique, nous rejetons l'hypothèse nulle.

3. Synthèse finale

Erreurs fréquentes :

- Ne pas justifier les choix de lois de probabilité.
- Oublier d'utiliser les formules appropriées pour les calculs d'espérance et d'écart type.
- Ne pas arrondir correctement les résultats.

Points de vigilance :

- Vérifier les conditions d'application des approximations normales.
- Être attentif aux seuils de risque lors des tests statistiques.

Conseils pour l'épreuve :

- Lire attentivement chaque question et identifier les données clés.
- Structurer les réponses de manière claire et logique.
- Utiliser des calculs détaillés pour justifier les réponses.

© FormaV EI. Tous droits réservés.

Propriété exclusive de FormaV. Toute reproduction ou diffusion interdite sans autorisation.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.