SESSION 2021
Métropole - Réunion

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 180 minutes

Matériel autorisé : **Calculatrice**

Le sujet comporte 6 pages

Les tables de la loi normale, la loi de Student et la loi du Khi2 sont fournies en annexe

SUJET

<u>EXERCICE 1</u> (7 points)

Une étude a été menée sur la croissance d'un frêne commun (*Fraxinus excelsior*) sur une période de 65 ans.

On note : T la variable statistique désignant l'âge exprimé en années de ce frêne.

H la variable statistique désignant sa hauteur exprimée en mètres.

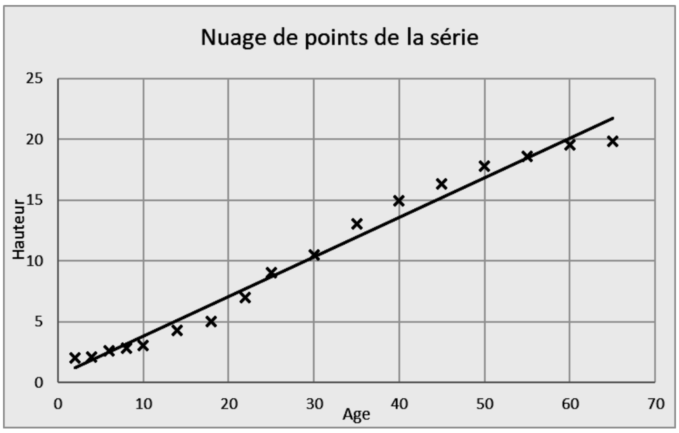
Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

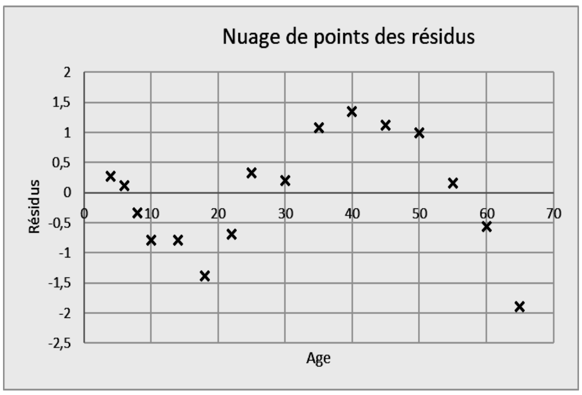
Age t_i	2	4	6	8	10	14	18	22	25	30	35	40	45	50	55	60	65
Hauteur h_i	2	2,1	2,6	2,8	3	4,3	5	7	9	10,5	13	14,9	16,3	17,8	18,6	19,5	19,8

1. **Première modélisation envisagée : le modèle affine.**

   a. Donner, à l'aide de la calculatrice, le coefficient de corrélation linéaire r entre les variables T et H arrondi à 10^{-3} près.

   Ci-dessous sont représentés le nuage de points, la droite de régression de H en T obtenue par la méthode des moindres carrés et le nuage des résidus de la série.





b. À l'aide de l'ensemble des informations obtenues, un ajustement affine semble-t-il pertinent ? Argumenter la réponse.

2. **Seconde modélisation envisagée : le modèle logistique.**

L'allure du nuage de points peut permettre de penser que le modèle dit « logistique » pourrait convenir. Ce modèle correspond à un ajustement affine par la méthode des moindres carrés entre les variables T et Z où $Z = \ln\left(\frac{20,8}{H} - 1\right)$

Pour tout entier i variant de 1 à 17, on pose $z_i = \ln\left(\frac{20,8}{h_i} - 1\right)$.

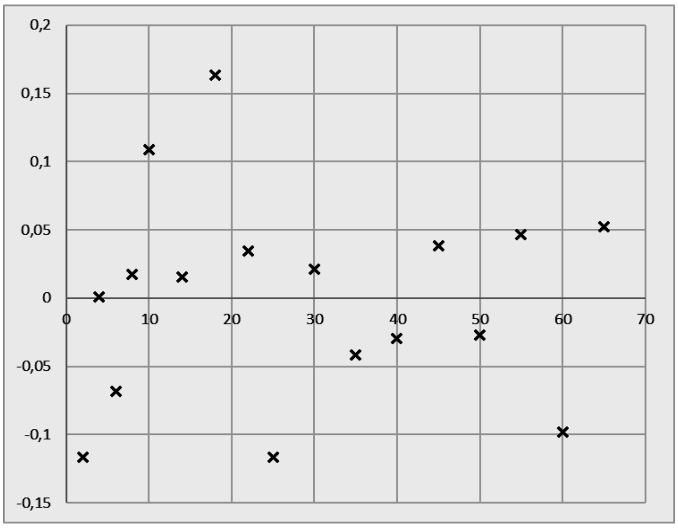
a. On a $z_1 = 2,24$ à 10^{-2} près. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de z_2 et z_3.

b. Donner le coefficient de corrélation linéaire r' entre les variables T et Z arrondi à 10^{-3} près.

c. Déterminer une équation de la droite de régression de Z en T (on arrondira les valeurs à 10^{-3} près) .

3. **Choix du modèle et prévision.**

Ci-dessous sont représentés les résidus de la série (t_i, z_i).



La hauteur d'un frêne a été évaluée à 20,5 m. Après avoir justifié votre choix parmi les deux modèles proposés, estimer l'âge de ce frêne arrondi à l'unité.

<u>EXERCICE 2</u> (8 points)

Dans une région, un fromage est affiné sur des planches de frêne.

Partie A

On propose à un jury de 12 dégustateurs de comparer un fromage affiné sur bois de frêne (type A) à un fromage non affiné sur bois de frêne (type B) dans le but de percevoir si le bois de frêne modifie le goût du fromage.

On présente à chacun des membres du jury :

- soit une part de fromage affiné de type A et deux parts d'un fromage de type B,
- soit deux parts de type A et une part de type B.

Chaque dégustateur doit reconnaître la part de fromage différente des deux autres.

S'il y parvient, c'est une bonne réponse.

On définit la variable aléatoire X désignant le nombre de bonnes réponses dans un jury de 12 dégustateurs.

1. Si on suppose que chaque dégustateur répond au hasard, justifier que la variable aléatoire X est distribuée suivant la loi binomiale de paramètres 12 et $\frac{1}{3}$.

2. Calculer $P(X \geq 5)$, arrondir la valeur à 10^{-3} près.

3. Déterminer, à l'aide du tableau ci-dessous, le plus petit entier a tel que $P(X \geq a) \leq 0{,}05$.

k	$P(X \geq k)$
…	…
6	0,17772246
7	0,06644764
8	0,01875843
9	0,00385555
…	…

4. Afin de percevoir si le bois de frêne modifie le goût du fromage, on adopte la règle suivante :
Si, lors de la dégustation, le nombre de bonnes réponses est supérieur à a, on considère que le fromage affiné sur bois de frêne a un goût différent de celui qui ne l'est pas.
Lors de la dégustation, le nombre de bonnes réponses est de 9.
Quelle conclusion peut-on tirer ?

Partie B

Une coopérative fabrique ces fromages. Après démoulage, chaque fromage est contenu dans un cercle en bois de frêne. La variable aléatoire Y désignant le diamètre (exprimé en millimètres) d'un fromage pris au hasard dans la production est une variable aléatoire distribuée selon une loi normale de moyenne 150 mm et d'écart-type 9 mm.

1. Déterminer h à 10^{-1} près tel que $p(150 - h \leq Y \leq 150 + h) = 0{,}95$.

2. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie C

Dans le cahier des charges de cette coopérative, le poids nominal (terme technique pour désigner la masse) des fromages en grammes est fixé à 200 g.

Lors d'un contrôle qualité, on prélève un échantillon de 20 fromages.

On admet que cet échantillon est prélevé selon la méthode d'échantillonnage aléatoire simple avec remise.

Les fromages sont pesés et les résultats exprimés en grammes sont consignés dans le tableau suivant :

193	200	185	200	201	207	193	193	198	205
200	195	200	201	203	192	189	195	195	200

On admet que la variable aléatoire Z désignant le poids nominal (exprimée en grammes) d'un fromage de la production est distribué selon une loi normale.

1. Déterminer une estimation ponctuelle du poids nominal moyen d'un fromage de cette coopérative.
2. Déterminer une estimation par intervalle de confiance du poids nominal moyen d'un fromage de cette coopérative au niveau de confiance 0,95.
3. La production est-elle conforme au cahier des charges ? Justifier.

<u>EXERCICE 3</u> (5 points)

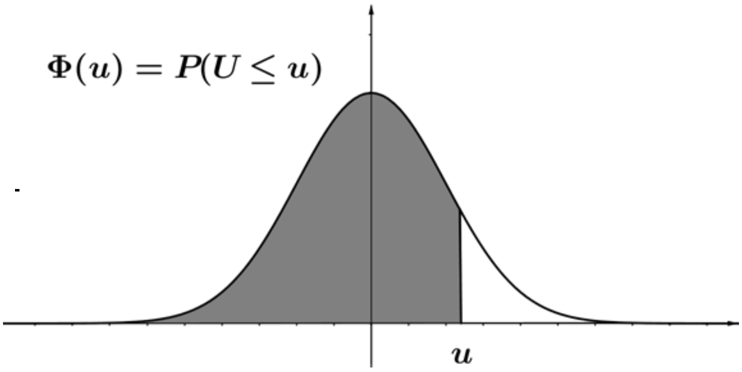
Les deux principaux symptômes observés dans le cas d'un frêne malade de la chalarose sont une nécrose présente au niveau du départ des branches (noircissement) et un déficit foliaire plus ou moins important (feuilles vertes séchées).

Sur une centaine de jeunes arbres malades pris au hasard dans une région fortement touchée, on a obtenu les résultats suivants :

	Aucun déficit foliaire	Déficit foliaire faible	Déficit foliaire important
Avec nécrose	5	15	30
Sans nécrose	8	20	22

Peut-on affirmer, au seuil de risque 0,05, que l'importance du déficit foliaire dépend de la présence d'une nécrose ?

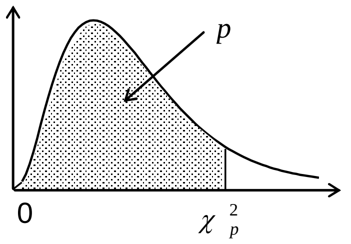
Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952

Fonction de répartition d'une variable du Khi2 à k degrés de liberté

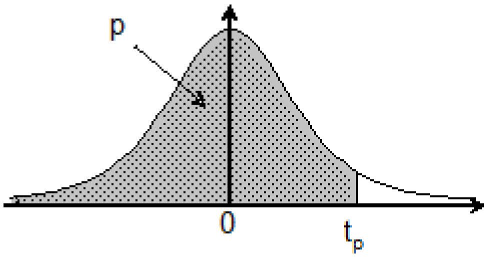
Valeurs χ^2_p telles que $\text{Prob}(\chi^2 \leq \chi^2_p) = p$



k \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28

Fonction de répartition d'une variable de Student à k degrés de

Valeurs de t_p telles que $Prob(T \leq t_p) = p$



k \ p	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	4,02	4,44
12	1,36	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,35	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,97
18	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,33	1,72	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82