SESSION 2019
Métropole – Réunion

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 180 minutes

Matériel autorisé : **Calculatrice**

Le sujet comporte 6 pages

EXERCICE 1 ……………………………………………………………………………………….. 5 points
EXERCICE 2 ……………………………………………………………………………………….. 6 points
EXERCICE 3 ……………………………………………………………………………………….. 5 points
EXERCICE 4 ……………………………………………………………………………………….. 4 points

Des extraits des tables de la loi de Student et de la loi normale sont fournis en annexe

---

SUJET

Dans tout le sujet, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

<u>EXERCICE 1</u> ***(5 points)***

On note X la variable aléatoire donnant la masse en grammes d'un fromage de chèvre « AOP Picodon » au moment du démoulage.

On admet que X est distribuée selon la loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.

Un producteur de fromages de chèvre « AOP Picodon » souhaite étudier la qualité commerciale de sa production quotidienne. Pour cela, il prélève, au moment du démoulage, un échantillon aléatoire simple de fromages.

1. Sur un échantillon de 101 fromages extraits de sa production au moment du démoulage, le producteur observe une masse moyenne de 136,8 grammes avec un écart-type de 4,05 grammes.

   a. Donner une estimation ponctuelle des paramètres μ et σ.

   b. Déterminer un intervalle de confiance de μ au niveau de confiance 0,95.

2. Dans cette question, on admet que $\sigma = 4$.

   Déterminer la taille minimale de l'échantillon pour que l'intervalle de confiance au niveau 0,95 de μ ait une amplitude inférieure à 1 gramme.

3. Dans cette question, on admet que $\mu = 137$ et que $\sigma = 4$.

   Un des critères permettant de classer un picodon AOP en catégorie A est que sa masse, au moment du démoulage, soit supérieure à 130 grammes. Déterminer la proportion de picodons susceptibles d'être classés en catégorie A ce jour-là.

EXERCICE 2 ***(6 points)***

Pour obtenir l'appellation « AOP Picodon », un fromage doit, après démoulage, être séché et affiné pendant au moins 14 jours, période au cours de laquelle il va perdre environ 45 % de sa masse initiale.

1. Un fromage pèse 140 g au moment du démoulage. Quelle sera approximativement sa masse à la fin de l'affinage ?

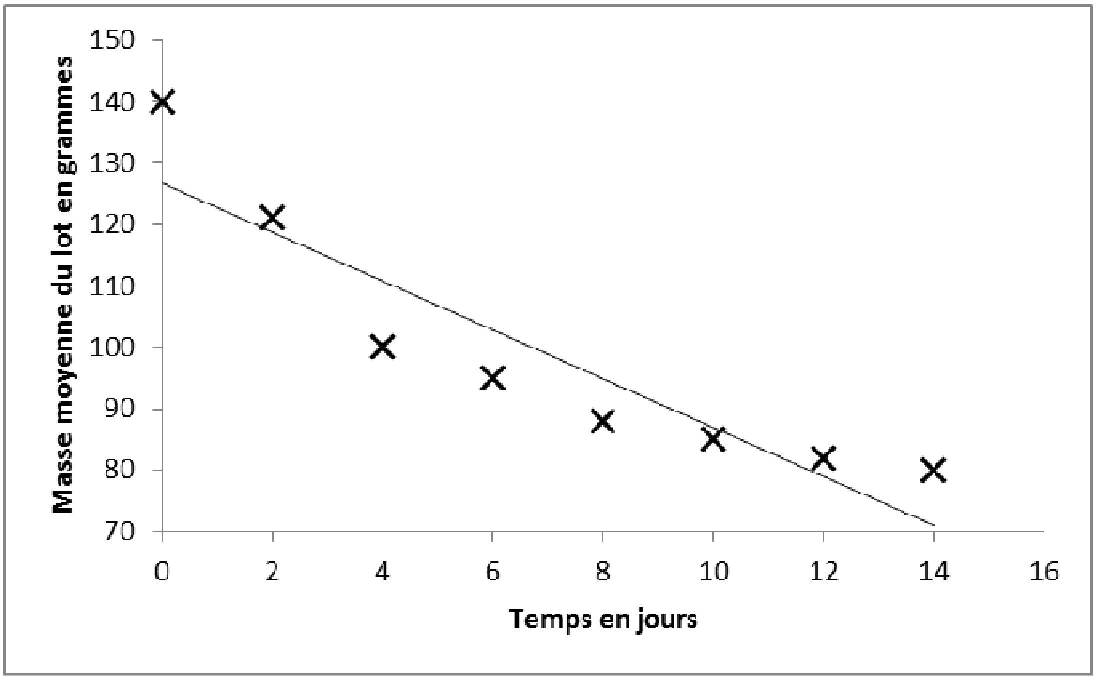
2. Afin d'étudier l'évolution de la masse des fromages au cours du séchage et de l'affinage, un producteur a mesuré tous les deux jours la masse moyenne d'un lot de fromages.

   On note T la variable statistique qui désigne le temps en jours et M la variable statistique qui désigne la masse moyenne du lot arrondie au gramme près.

   Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

i	1	2	3	4	5	6	7	8
Temps en jours t_i	0	2	4	6	8	10	12	14
Masse moyenne en grammes m_i	140	121	100	95	88	85	82	80

   Le graphique ci-dessous représente le nuage de points et la droite d'ajustement obtenue par la méthode des moindres carrés.



   Le modèle affine vous semble-t-il adapté ? Argumenter votre réponse.

3. On propose les changements de variables suivants, pour tout entier i allant de 1 à 8 :

$y_i = \ln(m_i - 77)$ et $z_i = \dfrac{1}{m_i - 77}$.

On obtient deux modèles :

- le **modèle A** qui correspond à un ajustement affine de la variable Y en fonction de T ;
- le **modèle B** qui correspond à un ajustement affine de la variable Z en fonction de T .

a. Déterminer le modèle le plus adapté. Justifier votre réponse.

b. Pour le modèle choisi, déterminer une équation de la droite de régression correspondante.

c. En déduire une estimation de la masse d'un fromage après 18 jours.

d. Estimer la perte de masse en pourcentage entre le 14$^{\text{ème}}$ et le 18$^{\text{ème}}$ jour.

<u>EXERCICE 3</u> *(5 points)*

Pour regrouper les mises-bas d'un troupeau de chèvres laitières, un éleveur a recours à l'insémination artificielle.

L'organisme qui réalise l'insémination annonce un taux de réussite de 80 %. On admet que dans de bonnes conditions, les issues des inséminations sont indépendantes les unes des autres.

1. Sur un échantillon aléatoire simple de 10 chèvres qui ont été inséminées :

a. Déterminer la probabilité que 8 inséminations réussissent.

b. Déterminer la probabilité qu'au moins une insémination échoue.

2. On note F la variable aléatoire qui, à tout échantillon aléatoire simple de 120 chèvres inséminées, associe la proportion d'inséminations réussies.

a. Justifier que la loi de probabilité de la variable aléatoire F peut être approchée par la loi normale de moyenne 0,8 et d'écart-type 0,037.

b. Le taux de réussite de l'insémination artificielle dans un échantillon de 120 chèvres inséminées est dit conforme si ce taux est supérieur à une valeur p_0 telle que $P(F > p_0) = 0{,}95$.

Déterminer p_0.

c. Sur un troupeau de 120 chèvres, on observe 90 inséminations réussies. Peut-on considérer que le taux de réussite des inséminations de ce troupeau est conforme ?

EXERCICE 4 ***(4 points)***

Pour la reproduction en monte naturelle, on constate fréquemment des cas de jumeaux ou triplets.

Un éleveur a consigné les résultats de la gestation de ses chèvres pendant plusieurs années en notant le nombre de mâles et de femelles de chaque portée.

Pour une portée prise au hasard, on définit deux variables aléatoires :

La variable aléatoire X qui prend pour valeur le nombre de mâles de la portée.

La variable aléatoire Y qui prend pour valeur le nombre de femelles de la portée.

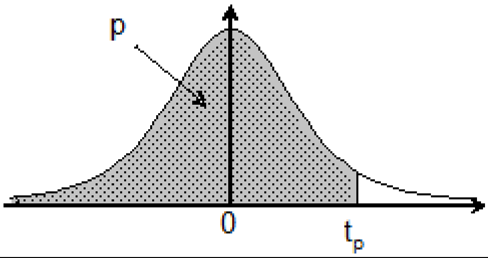
Le tableau de la loi conjointe du couple de variables aléatoires (X, Y) est partiellement reporté ci-dessous :

X \ Y	**0**	**1**	**2**	**3**
0	0	0,25	0,14	0,04
1	0,23	0,1		0
2	0,16	0,01	0	0
3	0,05	0	0	0

1. Justifier que $P((X=1)\cap(Y=2))$ = 0,02.
2. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire Y.
   En déduire l'espérance de la variable aléatoire Y et interpréter le résultat.
3. Justifier que les variables aléatoires X et Y ne sont pas indépendantes.
4. Déterminer la probabilité que la portée soit composée de jumeaux.

ANNEXE 1

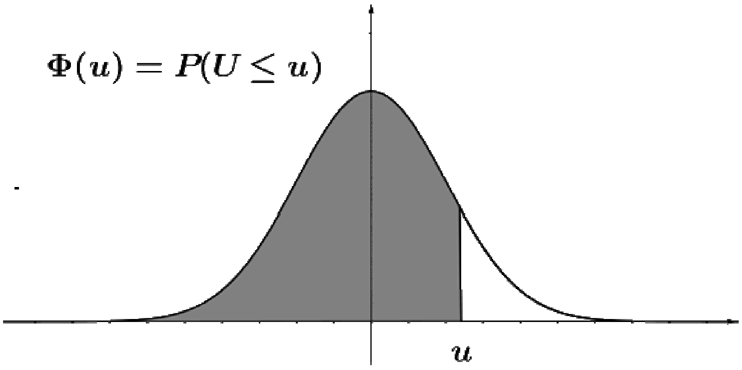
Fonction de répartition d'une variable de Student à k degrés de
Valeurs de t_p telles que $Prob(T \leq t_p) = p$



k \ p	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	318,31	636,62
2	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	22,33	31,60
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	10,21	12,92
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
…	…	…	…	…	…	…	…
35	1,31	1,69	2,03	2,44	2,72	3,34	3,59
40	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
45	1,30	1,68	2,01	2,41	2,69	3,28	3,52
50	1,30	1,68	2,01	2,40	2,68	3,26	3,50
60	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
80	1,29	1,66	1,99	2,37	2,64	3,20	3,42
100	1,29	1,66	1,98	2,36	2,63	3,17	3,39
200	1,29	1,65	1,97	2,35	2,60	3,13	3,34
500	1,28	1,65	1,96	2,33	2,59	3,11	3,31
1000	1,28	1,65	1,96	2,33	2,58	3,10	3,30
…	…	…	…	…	…	…	…
10000	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29

ANNEXE 2

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817