SESSION 2016
Métropole - Antilles - Guyane - Réunion

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 180 minutes

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Le sujet comporte 6 pages.

Des extraits des tables des lois normales, du Chi2 et de Student sont fournis en annexe.

EXERCICE 1 : .... 6,5 points
EXERCICE 2 : .... 8,5 points
EXERCICE 3 : .... 5 points

SUJET

EXERCICE 1 ***(6,5 points)***

Pour cet exercice les résultats seront arrondis à 10^{-3} *près.*

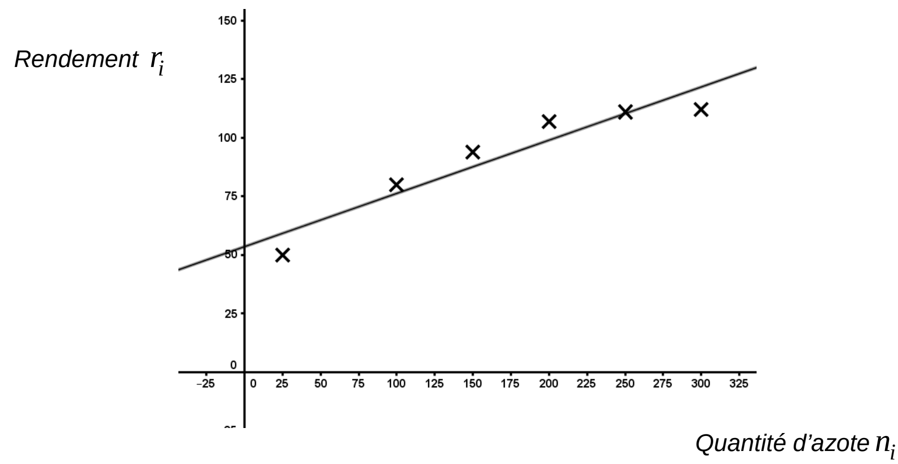
Six parcelles de même structure ont été ensemencées par une même variété de blé tendre. Afin d'étudier l'effet de la fertilisation sur le rendement, les six parcelles ont été fertilisées avec différentes doses d'azote.

Les résultats de cette expérimentation sont consignés dans le tableau et le graphique ci-dessous. La variable statistique N désigne la quantité d'azote disponible sur la parcelle et la variable statistique R désigne le rendement de la parcelle.

La quantité d'azote est exprimée en kilogramme par hectare (kg / ha) et le rendement en quintal par hectare (q / ha).

Numéro de la parcelle : i	1	2	3	4	5	6
Quantité d'azote n_i **en** kg / ha	25	100	150	200	250	300
Rendement r_i **en** q / ha	50	80	94	107	111	112

Nuage de points de la série $(n_i\,;r_i)$



1. Donner des arguments en faveur d'un éventuel rejet d'un ajustement affine.
2. Afin de trouver un modèle d'ajustement pertinent de la série étudiée,

   on pose pour tout entier i variant de 1 à 6, $x_i = ln(n_i)$ et $y_i = ln(r_i)$.

On définit alors deux nouveaux modèles :

- Le **modèle1** qui correspond à un ajustement affine par la méthode des moindres carrés entre les variables N et Y où $Y = ln(R)$.
- Le **modèle2** qui correspond à un ajustement affine par la méthode des moindres carrés entre les variables X et Y où $X = ln(N)$ et $Y = ln(R)$.

  a. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre les variables N et Y.

  b. Le coefficient de corrélation linéaire r_{XY} entre les variables X et Y a été obtenu avec une calculatrice. La valeur de r_{XY} arrondie à 10^{-3} est 0,995.

  Après avoir justifié votre choix parmi l'un des deux modèles proposés, estimer la valeur du rendement pour une quantité d'azote disponible de 60 $kg\ /\ ha$.

<u>EXERCICE 2</u> *(8,5 points)*

Le pouvoir germinatif d'une semence est la proportion du nombre de graines qui ont effectivement germé par rapport au nombre de graines semées.

On dispose d'une très grande quantité de semence de blé certifiée dont le pouvoir germinatif est de 90 %. Un échantillon aléatoire simple de 300 graines est prélevé. Ces graines sont mises à germer dans des conditions optimales de température et d'humidité.

On désigne par X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de graines qui vont germer parmi les 300 prélevées.

1. Justifier que la variable aléatoire X est distribuée selon la loi binomiale de paramètres $n = 300$ et $p = 0,9$.
2. Déterminer l'espérance mathématique et la variance de la variable aléatoire X .
3. Justifier que la loi de probabilité de la variable aléatoire X peut être approchée par une loi normale dont on précisera les paramètres.
4. Dans cette question, les résultats seront arrondis à 10^{-4} près.
   On considère un échantillon aléatoire simple de 300 graines, déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
   A : « Le nombre de graines qui vont germer est strictement inférieur à 250 ».
   B : « Le nombre de graines qui vont germer est supérieur ou égal à 260 ».

5. Une micro-parcelle d'un mètre carré est ensemencée avec cette variété de blé certifiée. On se donne comme objectif d'obtenir au moins 250 pieds de blé. On désigne par X_n la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de graines qui vont germer dans un échantillon aléatoire simple de taille n. Le tableau ci-dessous donne en fonction de n la valeur de $p(X_n \leq 249)$.

n	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	300
$p(X_n \leq 249)$	0,302	0,245	0,195	0,152	0,116	0,087	0,064	0,046	0,032	0,022	0,015	?

   a. Déterminer la valeur manquante de ce tableau.
   b. Déterminer le nombre minimum n de graines à semer pour que la probabilité d'obtenir au moins 250 pieds soit supérieure ou égale à 0,95.

6. Une quantité importante de graines a été stockée pendant un an. Afin d'étudier leur pouvoir germinatif, un échantillon aléatoire simple de 300 graines a été prélevé. Après avoir été semées, on constate que 265 graines de cet échantillon ont germé.
   a. Déterminer une estimation par intervalle de confiance du pouvoir germinatif des graines de l'ensemble du stock au niveau de confiance 0,95.
   b. Le stockage a-t-il modifié le pouvoir germinatif des graines ?

<u>EXERCICE 3</u> ***(5 points)***

Un centre d'étude agronomique souhaite savoir si la nature de deux terrains différents (notés A et B) a une influence sur le taux de gluten d'une nouvelle variété de blé.

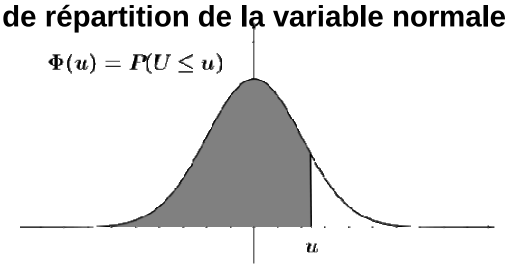
Une étude est alors menée sur le blé provenant de 100 parcelles semées sur les deux types de terrain. Selon sa valeur, le taux de gluten observé sur ce blé est considéré comme « fort » ou « faible ».

Les résultats de cette étude sont les suivants :

- 60 parcelles ont été semées sur un terrain de type A. Le taux de gluten, observé sur 48 d'entre elles, est fort.
- Les 40 parcelles restantes ont été semées sur un terrain de type B. Le taux de gluten, observé sur 16 d'entre elles, est faible.

Peut-on considérer au seuil de risque 0,05 que le taux de gluten est indépendant de la nature du terrain ?

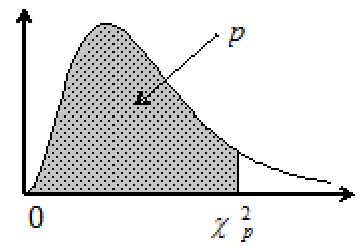
Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Fonction de répartition d'une variable du Khi-2 à k degrés de liberté

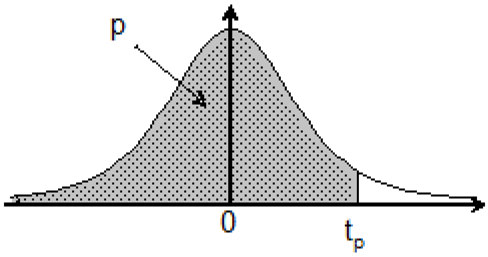
Valeurs de χ_p^2 **telles que** $Prob(\chi^2 \leq \chi_p^2) = p$



k \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28

Fonction de répartition d'une variable de Student à k degrés de

Valeurs de t_p **telles que** $Prob(T \leq t_p) = p$



k \ p	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	318,31	636,62
2	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	22,33	31,60
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	10,21	12,92
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	5,89	6,87
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59