SESSION 2015
Métropole - Antilles - Guyane - Réunion

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 3 heures

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Le sujet comporte 4 pages

EXERCICE 1 :... 7,5 points
EXERCICE 2 :...7,5 points
EXERCICE 3 :... 5 points

SUJET

<u>Exercice 1</u> ***(7,5 points)***

Une enquête a été menée sur la consommation de fruits et légumes de 100 personnes. On a ainsi défini les variables aléatoires notées X et Y qui, à une personne prise au hasard associe respectivement le nombre de variétés de fruits et le nombre de variétés de légumes consommées la veille.
Ces variables prennent respectivement les valeurs 0, 1, 2 et 3.

La loi conjointe du couple (X,Y) est consignée dans le tableau suivant :

Y \ X	0	1	2	3
0	0	0,01	0,03	0,05
1	0,02	0,12	0,15	0,03
2	0,05	0,08	0,1	0,07
3	0,04	0,15	0,08	0,02

1. Vérifier que le tableau ci-dessus est bien celui de la loi de probabilité d'un couple de variables aléatoires.
2. Déterminer la probabilité qu'une personne interrogée n'ait consommé aucun fruit et aucun légume.

3. Déterminer $P(X=0)$ puis $P(Y=0)$.
4. Justifier que les variables aléatoires X et Y ne sont pas indépendantes.
5. Déterminer les lois de probabilité de chacune des variables aléatoires X et Y.
6. On définit la variable aléatoire Z par $Z = X + Y$.
   - **a.** Donner une interprétation concrète de cette variable aléatoire.
   - **b.** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire Z.
   - **c.** Déterminer $P(Z \geq 5)$. Donner une interprétation concrète du résultat.
7. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire Z.
   Donner une interprétation concrète du résultat.

Exercice 2 *(7,5 points)*

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées indépendamment

L'Organisation Mondiale de la Santé recommande de consommer au moins 400 grammes de fruits ou légumes par jour.
Dans cet exercice on s'intéresse à la proportion p d'individus d'une population qui consomment au moins 400 grammes de fruits ou légumes par jour.

Partie A

L'estimation de la proportion p est confiée à un institut de sondage.

Une enquête est réalisée sur un échantillon de 1000 individus auxquels on a posé la question suivante : « Consommez-vous au moins 400 grammes de fruits ou légumes par jour ? Répondre par oui ou par non »
On suppose que 1000 est petit par rapport à la taille de la population pour assimiler l'échantillon à un échantillon aléatoire simple.
On note F, la variable aléatoire qui à un échantillon aléatoire simple de 1000 individus associe la proportion de « oui » à la question posée.

1.
   - **a.** Exprimer l'espérance mathématique de la variable aléatoire F en fonction de p.
   - **b.** Par quelle loi de probabilité peut-on approcher la loi de la variable aléatoire F ?
2. L'enquête révèle 16,8 % de « oui ».
   Déterminer une estimation par intervalle de confiance de la proportion p au niveau de confiance 0,95. Les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

Partie B

Dans cette partie on suppose que $p = 0{,}17$. Les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

1. On considère un échantillon aléatoire simple de 10 individus.

   Déterminer la probabilité qu'aucun individu de l'échantillon ne respecte les recommandations de l'Organisation Mondiale de la Santé.

2. A tout échantillon aléatoire simple de 200 personnes, on associe le nombre d'individus qui consomment au moins 400 grammes de fruits ou légumes par jour.

   On définit ainsi la variable aléatoire notée X prenant pour valeurs le nombre d'individus qui consomment au moins 400 grammes de fruits ou de légumes par jour.

   a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

   b. Justifier que la loi de probabilité de la variable aléatoire X peut être approchée par une loi normale dont on précisera les paramètres.

   c. Déterminer la probabilité qu'il y ait entre 30 et 40 individus (au sens large) de l'échantillon qui consomment au moins 400 grammes de fruits ou de légumes par jour. On pourra utiliser le résultat de la question précédente.

<u>Exercice 3</u> ***(5 points)***

Le tableau suivant donne l'évolution de la consommation moyenne quotidienne de pain des français d'âge adulte.

La variable statistique T désigne le rang de l'année et la variable statistique M désigne la masse moyenne de pain en grammes consommée par jour et par adulte.

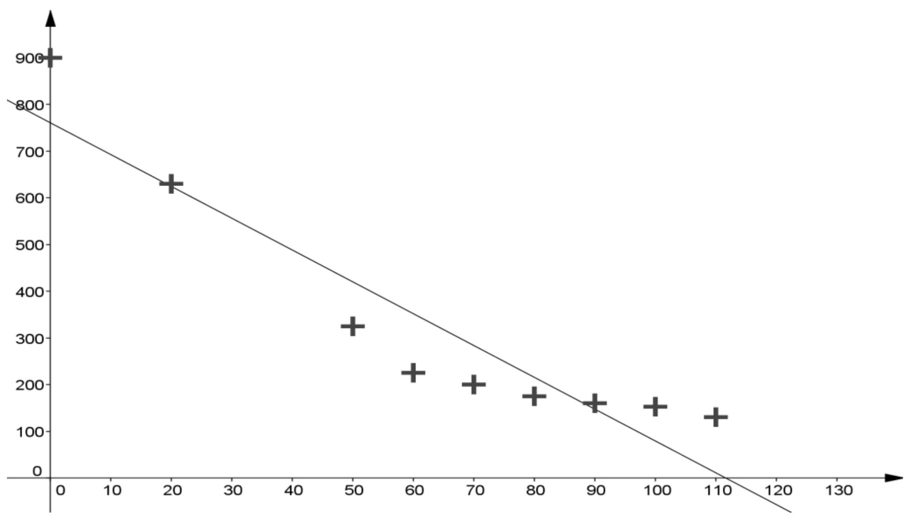
Les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

Année	1900	1920	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
Rang de l'année t_i	0	20	50	60	70	80	90	100	110
Masse moyenne m_i	900	630	325	225	200	175	160	153	130

1.

a. Donner le coefficient de corrélation linéaire entre les variables statistiques T et M .

b. Dans le graphique ci-dessous figure le nuage de points de coordonnées (t_i, m_i) et la droite d'ajustement de M en T obtenue par la méthode des moindres carrés.



Expliquer pourquoi l'ajustement linéaire ne convient pas.

2. On propose le changement de variable suivant : pour tout entier i compris entre 1 et 9, $z_i = ln(m_i)$

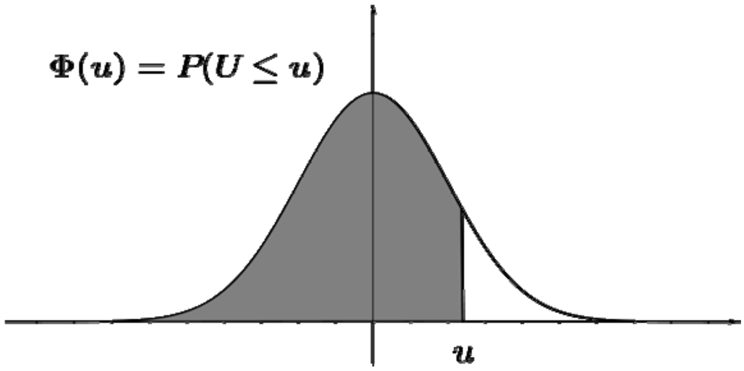
a. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre les variables T et Z . Interpréter votre résultat.

b. Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement de Z en T .

c. En déduire une expression de m en fonction de t .

d. Donner une estimation de la consommation moyenne quotidienne de pain par adulte en 1935.

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990